ERGÄNZUNG ZU MEINER ARBEIT: „ÜBER DIE DUALITÄT VON FINSLERSCHEN UND CARTANSCHEN RÄUMEN“

VON

ARTHUR MOÓR

in Debrecen, Ungarn

In meiner Arbeit: „Über die Dualität von Finslerschen und Cartanschen Räumen“ [1] habe ich zwischen den Finslerschen und Cartanschen Räumen einen Zusammenhang festgestellt, mit dessen Hilfe ich diese Räume ineinander überführen konnte. Dabei stellte es sich heraus, dass der Torsionsvektor A_i der dualen Finslerschen und Cartanschen Räume immer identisch verschwindet.

Nach einem neueren Ergebnis von A. Deicke [2] sind die Finsler-Räume mit $A_i = 0$ eben die Riemannschen Räume, wenn für die Grundfunktion im ganzen Raum $L(x, \dot{x}) > 0$ besteht. Nach diesem Resultat kommen also in meiner zitierten Arbeit [1] nur solche Finslersche und — wegen der Dualität — nur solche Cartansche Räume in Betracht, deren Metrik nicht positiv-definit ist. Wir müssen dann selbstverständlich unsere Untersuchungen auf solche Teilbereiche $\mathfrak{B}$ der Grundelemente beschränken, in denen $L > 0$ besteht.

Räume, deren Metrik nicht positiv-definit ist, kommen in der Relativitätstheorie vor. Ein explizites Beispiel für einen nicht-Riemannschen Raum mit $A_i = 0$ hat L. Berwald in der Fussnote 39 auf S. 161 seiner Arbeit [3] angegeben. Die Grundfunktion ist im Cartanschen Fall:

$$F(x, \mu) = (\mu_1 \mu_2 \dots \mu_n)^{\frac{1}{n}}, \qquad n > 2$$

und im Finslerschen Fall:

$$F^*(x, \dot{x}) = (\dot{x}^1 \dot{x}^2 \dots \dot{x}^n)^{\frac{1}{n}}, \qquad n > 2,$$

wo n eine ungerade Zahl ist. Offenbar bestimmen die etwas allgemeineren Grundfunktionen:

$$F(x, \mu) = C(x)(\mu_1 \mu_2 \ldots \mu_n)^{\frac{1}{n}}, \qquad n > 2$$

$$F^*(x, \dot{x}) = C^*(x)(\dot{x}^1 \dot{x}^2 \ldots \dot{x}^n)^{\frac{1}{n}}, \qquad n > 2$$

auch allgemeine metrische Räume mit $A_i = 0$, die aber nicht Riemannsche Räume sind.

Wir bemerken noch, dass unsere allgemeinere Grundfunktion durch eine konforme Abbildung von der Form

$$\bar{g}_{ik} = \varphi(x)\, g_{ik} \tag{a}$$

des Berwaldschen Beispiels entstanden ist. Eine Abbildung (a) lässt offenbar die Relation $A_i = 0$ immer invariant.

Schriftenverzeichnis

[1]. ARTHUR MOÓR, Über die Dualität von Finslerschen und Cartanschen Räumen, *Acta Math.*, 88 (1952), 347–370.

[2]. ARNO DEICKE, Über Finsler-Räume mit $A_i = 0$, *Archiv der Math.*, 4 (1953), 45–51.

[3]. L. BERWALD, Über Finslersche und Cartansche Geometrie II, *Compositio Math.*, 7 (1940), 141–176.