EINE EIGENSCHAFT DER PRIMZAHL 107

VON

K. SCHWERING
in COESFELD.

In meinem Aufsatze *Über gewisse trinomische komplexe Zahlen*[1] habe ich auf die Primzahl 107 als für eine Frage der Zahlentheorie »zur Untersuchung einladend» hingewiesen. Ich bin nunmehr in der Lage, die dort (Seite 84, Fussnote) gemachten Mitteilungen zu vervollständigen und mit Hülfe des ganzen Ergebnisses die Frage:

»Ist es *immer* möglich, die von JACOBI mit $(\alpha, x)^\lambda$ bezeichneten Kreisteilungsausdrücke als Produkte konjugirter ψ-Funktionen darzustellen?»

durch ein *zweites* Beispiel in *verneinendem* Sinne zu beantworten.

Nimmt man als *primitive Wurzel* 2, so erhalten wir die folgenden 18 Zahlen:

$$1 + \alpha + \alpha^r \quad \text{für} \quad r = 4,\ 31,\ 47,\ 50;$$

ferner:

$$1 + \alpha - \alpha^r \quad \text{für} \quad r = 43,\ 50,\ 35,\ 30,\ 32,\ 17,\ 17,\ 38,\ 41,\ 7,\ 51,\ 47,\ 22;$$

endlich:

$$2 + \alpha,$$

deren Normen unter der Voraussetzung $\alpha^{53} = 1$ zu bilden sind. Zunächst tritt $r = 17$ zweimal auf; dann ist nach Formel 25 obiger Abhandlung:

$$N(1 + \alpha + \alpha^{50}) = N(1 + \alpha + \alpha^4), \qquad N(1 + \alpha - \alpha^{47}) = N(1 + \alpha - \alpha^7),$$
$$N(1 + \alpha - \alpha^{22}) = N(1 + \alpha - \alpha^{32}).$$

---

[1] Diese Zeitschrift, Bd. 10, S. 57 ff.

Für die übrigen erhält man:

$$N(1+\alpha+\alpha^{4}) = 107.181579\,, \qquad N(1+\alpha+\alpha^{31}) = 107.76003\,,$$
$$N(1+\alpha+\alpha^{47}) = 107.118297\,, \qquad N(1+\alpha-\alpha^{43}) = 107.151051\,,$$
$$N(1+\alpha-\alpha^{50}) = 107.243589\,, \qquad N(1+\alpha-\alpha^{35}) = 107.246769\,,$$
$$N(1+\alpha-\alpha^{30}) = 107.73459\,, \qquad N(1+\alpha-\alpha^{32}) = 107.107.7103\,,$$
$$N(1+\alpha-\alpha^{17}) = 107.107.1061\,, \qquad N(1+\alpha-\alpha^{38}) = 107.191119\,,$$
$$N(1+\alpha-\alpha^{41}) = 107.27773\,, \qquad N(1+\alpha-\alpha^{7}) = 107.107.3181\,,$$
$$N(1+\alpha-\alpha^{51}) = 107.27773\,.$$

Endlich

$$N(2+\alpha) = 3.107.28059810762433.$$

Die Gleichheit der Normen $N(1+\alpha-\alpha^{41}) = N(1+\alpha-\alpha^{51})$ ist bemerkenswert, da die Zahlen 41 und 51 *verschiedenen* Gruppen (obige Abhandl. S. 69) nämlich $\mu = 4$ und $\mu = 2$ angehören.

In der oben erwähnten Fussnote heisst es durch einen Druckfehler $1+\alpha-\alpha^4$ statt $1+\alpha+\alpha^4$, wie oben angegeben.

Ich benutze die Gelegenheit zu der ferneren Mitteilung über die Normen $N(z+\alpha-\alpha^{\mu+1})$, wo $\alpha^\lambda = 1$, λ reelle Primzahl und μ eine beliebige ganze Zahl ist. In den zahlreichen von mir berechneten Beispielen war der Koefficient jeder *geraden* Potenz von z, also der Koefficient von z^2, z^4, z^6, u. s. w. stets entweder *Null* oder eine *positive* Zahl.

Im September 1887.