

GASTON DARBOUX.

(1842—1917).¹

Par

DAVID HILBERT

à GOETTINGUE.

S'il est vrai qu'au nombre de ceux qui ont donné au développement des mathématiques en France pendant le dernier tiers du 19^e siècle son cachet particulier HENRI POINCARÉ a brillé du plus vif éclat, GASTON DARBOUX n'a pourtant pas occupé une position moins dominante. Le rôle qu'il a joué ne dépendait pas seulement de la richesse de sa production scientifique; sa brillante carrière, ses talents d'organisateur, son enseignement ainsi que toute sa personnalité y ont eu également une part importante.

Dans les années 1860 à 1870, une spécialisation extrême régnait en France tout comme en Allemagne, dans le domaine des mathématiques. À côté de SERRET, BOUQUET, BONNET et d'autres, CHASLES et HERMITE étaient les représentants les plus marquants des sciences mathématiques: CHASLES comme pur géomètre, HERMITE comme pur analyste. Ce furent alors DARBOUX et CAMILLE JORDAN, son aîné de quelques années, qui par leurs idées rattachèrent l'une à l'autre les deux disciplines, et aplanirent ainsi les voies qui allaient mener la nouvelle génération à une façon plus libre d'envisager les sciences mathématiques. Les résultats produits par cette nouvelle orientation, qui finit par provoquer pour ainsi dire une transformation de la science, furent décrits par DARBOUX lui-même, en 1908, au Congrès international des Mathématiciens à Rome, où il fit une comparaison entre le caractère des mathématiques du 19^e et celui du 20^e siècle. Tandis que le 19^e siècle, dans sa première moitié tout au moins, s'était contenté d'achever les tâches que les deux siècles précédents lui avaient léguées, le 20^e siècle, au contraire, offrait aux recherches mathématiques des perspectives

¹ Traduction du discours prononcé le 12 mai 1917 à la séance publique annuelle de l'Académie des Sciences de Goettingue (Nachrichten der K. Gesellschaft der Wissenschaften zu Göttingen, 1917, p. 71).

absolument nouvelles et leur présentait des domaines entièrement inexplorés. «Rien n'arrête», poursuit DARBOUX dans sa conférence, «les esprits ardents et curieux du 20^e siècle; ils ne craignent nullement de s'attaquer aux bases même de l'édifice que tant de travaux, si longuement poursuivis, avaient paru élever sur des fondements inébranlables. Et non contents d'imprimer ainsi à notre science les directions qu'ils estiment les meilleures, ils ont la prétention d'apporter les contributions les plus originales et les plus précises à cette branche essentielle de la Philosophie qui a pour objet propre l'origine, la nature et la portée de nos connaissances.» DARBOUX assure de plus, d'une manière explicite, qu'il approuve ces tendances de la jeune génération.

Pendant l'automne de l'année 1861, DARBOUX passa les examens d'admission à l'École Polytechnique et à l'École Normale, et obtint chaque fois la première place; il se décida pour l'École Normale. Le fait qu'un jeune homme si richement doué renonçait à l'épée et au manteau brodé des officiers ou des ingénieurs de l'État pour préférer l'humble titre de Professeur et les fonctions plus modestes qui s'y rattachent, ne s'était pas encore présenté et provoqua un étonnement général; J. J. WEISS, célèbre à cette époque comme critique de GOETHE, consacra un article à cet événement dans le *Journals des Débats* (20 novembre 1861) — cet écrivain jugeait manifestement que quand une chose pareille se passe au moins une fois sur notre planète, il y a lieu de la relever pour la postérité de tous les temps. Dès le début, DARBOUX, qui était d'origine modeste et avait perdu son père de bonne heure, a joui de la protection des savants les plus influents du monde scientifique parisien. En 1864, année où parut sa première publication mathématique (*Sur les sections du tore*), et peu après qu'il eut quitté l'École Normale, PASTEUR fit en sorte qu'il y obtint une place de répétiteur, grâce à laquelle il lui fut possible de rédiger sa thèse sur les surfaces orthogonales. Lorsqu'il eut ensuite passé son doctorat, en juillet 1866, devant CHASLES, SERRET et BOUQUET, deux années seulement s'écoulèrent jusqu'au moment où JOSEPH BERTRAND lui procura la nomination de professeur suppléant de Physique mathématique au Collège de France; en même temps BOUQUET le fit nommer professeur de mathématiques supérieures au Lycée Louis-le-Grand. Et depuis lors, charges et honneurs lui échurent en croissant; il fut pendant la dernière partie de sa vie secrétaire perpétuel de l'Académie des sciences de Paris, et mourut dans la demeure réservée au titulaire de cette charge dans le Palais Mazarin. Il était Membre correspondant de notre Société de Goettingue depuis 1879 et Membre étranger depuis 1901.

DARBOUX était avant tout et de nature géomètre mais en même temps il avait la tendance d'emprunter les objets de ses recherches autant que possible à tous les domaines des mathématiques, imprégnait ceux-ci de doctrines géomé-

triques et les fécondait par elles. C'est à cause de cela que déjà parmi les travaux de sa jeunesse il s'en trouve trois qui ne sont pas purement géométriques: le premier est le mémoire *Sur les équations aux dérivées partielles* (Ann. Éc. Norm. VII, 1870), dont SOPHUS LIE reconnut tout de suite l'importance; ce mémoire établit la méthode d'intégration des équations linéaires aux dérivées partielles du second ordre qui porte aujourd'hui le nom de DARBOUX; la méthode en question constitue le développement conséquent de la théorie de MONGE—AMPÈRE, dans laquelle on déduit de l'équation aux dérivées partielles considérée une suite d'équations du même type telle que l'intégration d'une seule de ces équations entraîne celle de toutes les autres. Les deux autres travaux doivent leur origine à l'étude que fit DARBOUX des recherches de RIEMANN sur les séries trigonométriques; l'un est le mémoire *Sur la théorie des fonctions discontinues* (Ann. Éc. Norm. IV, 1875), où figurent pour la première fois les valeurs limites connues sous le nom d'intégrales par excès et par défaut de DARBOUX, et qui contient en outre un nombre considérable de résultats sur la théorie des fonctions d'une variable réelle, que WEIERSTRASS exposait à cette époque dans ses leçons, mais n'avait pas encore publiés. Ce mémoire eut une influence décisive sur l'introduction de la rigueur moderne en France. Finalement, le travail intitulé: *Mémoire sur l'approximation des fonctions de très grands nombres* (Journ. Liouv., 3^e sér., t. 4, 1878) remonte à certaines recherches de LAPLACE et les rattache à la théorie des séries de FOURIER: l'auteur y évalue les coefficients de la série de FOURIER qui répond à une fonction analytique d'une variable réelle ayant des singularités réelles données, et applique ensuite les résultats obtenus aux fonctions particulières les plus diverses ayant de l'importance pour les applications. POINCARÉ a fait un usage fréquent de ce dernier travail de DARBOUX, par exemple à l'occasion de l'évaluation des termes d'ordre supérieur de la fonction perturbatrice. Le vrai géomètre apparaît chez DARBOUX dans l'écrit *Sur une classe remarquable de courbes et de surfaces algébriques et sur la théorie des imaginaires* (Paris 1873). Cet écrit, où DARBOUX introduit les coordonnées pentasphériques, se meut dans le même ordre d'idées que les recherches de même date de M. FÉLIX KLEIN et de SOPHUS LIE, avec lesquels DARBOUX fut aussi, pendant les années 1869—70, personnellement lié.

DARBOUX a enseigné la Mécanique à la Sorbonne durant les années 1873—1878, époque d'où datent une série de contributions nouvelles à cette partie de la science. Pour la plupart elles ont été réimprimées comme notes dans la *Mécanique* de DESPREYBOUS; mentionnons ici les recherches sur les axiomes du parallélogramme des forces, qui ont été prises comme point de départ entre autres par M. SCHIMMACK, dans sa thèse présentée à Goettingue; ensuite, les

études sur certains mécanismes articulés, où DARBOUX fait connaître par exemple sa réalisation extrêmement élégante d'une description mécanique du plan; et enfin, la découverte d'un mode de mouvement d'un corps solide où tous les points décrivent des ellipses, et qui est en même temps le seul mouvement qui jouisse de la propriété que les différents points du corps décrivent des courbes planes situées dans des plans non parallèles et ne pouvant être engendrées par le glissement du corps sur un plan. Une autre découverte de DARBOUX importante pour la Mécanique est sa solution profonde du problème de construire les surfaces dont toutes les lignes géodésiques sont des courbes fermées. L'étude que DARBOUX a faite de cette question forme le point de départ des deux thèses présentées à Goettingue par M. OTTO ZOLL (1901) et par M. PAUL FUNK (1911).

La partie principale de l'oeuvre de DARBOUX appartient au domaine de la théorie des surfaces. Dans ce domaine comme dans les autres recherches où il s'occupe de géométrie, il ne manque pas de faire aussi un usage courant de formules analytiques et, en particulier, de l'instrument analytique fourni par l'emploi des axes coordonnés, en s'imposant toutefois, comme il le dit lui-même, la règle que, »la recherche doit être vivifiée et inspirée sans cesse par l'esprit géométrique, qui ne doit jamais cesser d'être présent». DARBOUX a donné une vue d'ensemble des résultats relatifs à la théorie des surfaces qui furent le fruit de ses investigations dans ses *Leçons sur les systèmes orthogonaux* et dans son grand ouvrage en quatre volumes sur la *Théorie des surfaces*. Ce dernier ouvrage n'a pas seulement conquis une place centrale dans la littérature sur le sujet auquel il est spécialement consacré, mais il est devenu en même temps un instrument pour l'étude de toutes les doctrines qui se trouvent actuellement au premier plan dans les mathématiques, telles que la Mécanique, le calcul des variations, la théorie des équations aux dérivées partielles, la théorie des invariants, doctrines dont personne avant DARBOUX n'a conçu et fait ressortir l'enchaînement organique avec plus de pénétration et de clarté que lui. Cette circonstance, dont seule l'époque la plus récente — celle qui vit la découverte de la théorie de la gravitation par M. EINSTEIN — nous apprend à apprécier pleinement la portée, a pour conséquence que la *Théorie des surfaces* de DARBOUX est maintenant une pièce d'inventaire aussi indispensable dans la bibliothèque de tout mathématicien que, pour donner d'autres exemples, le *Cours d'Analyse* de M. CAMILLE JORDAN, ou le *Traité d'Analyse* de M. PICARD et la *Mécanique céleste* de POINCARÉ.

Le géomètre allemand WEINGARTEN, connu par ses travaux pleins de mérite sur la théorie des surfaces, a donné, dans les *Fortschritten der Mathematik* (Bd. 19, 25, 29), une analyse détaillée et pénétrante des deux ouvrages de DARBOUX

cités ci-dessus. Nous devons nous contenter ici de nommer quelques sujets isolés choisis parmi les vastes et riches matières exposées dans la *Théorie des surfaces*:

Livre I. Théorie cinématique des courbes et des surfaces, avec emploi du trièdre mobile. Réduction de l'étude des déplacements à un et à deux paramètres d'un corps solide à l'intégration d'équations de RICCATI.

Livre II. Théorie des coordonnées pentasphériques et leur application à la théorie générale des cyclides.

Livre III. Ici l'auteur développe, d'une façon qui n'a pas été surpassée jusqu'à ce jour, la théorie des surfaces minima; c'est dans cet exposé que pour la première fois les résultats de MONGE d'une part, et ceux de WEIERSTRASS et de M. SCHWARZ de l'autre sont réunis avec les doctrines de LIE en un tout organique.

Livre IV. Théorie des congruences de droites. Relation des surfaces focales de ces congruences avec la méthode de transformation des équations linéaires aux dérivées partielles du second ordre qui est due à LAPLACE, et généralisation de la méthode imaginée par RIEMANN, à propos du problème de la propagation des ondes sonores.

Livre V. Étude du calcul des variations.

Livre VI. Ici figure le chapitre classique qui traite du plus court chemin entre deux points d'une surface, ainsi qu'une étude des notions de représentation géodésique et de courbure géodésique.

Livre VII. Paramètre différentiel de BELTRAMI et théorèmes de M. WEINGARTEN. Géométrie sur les surfaces à courbure constante négative.

Livre VIII. Déformation infiniment petite et représentation sphérique. Surfaces dont les lignes de courbure sont planes.

En terminant, nous voulons encore dire quelques mots pour rappeler les hautes capacités administratives et organisatrices de DARBOUX. DARBOUX a été pendant dix ans Doyen de la Faculté des Sciences; en remplissant ces fonctions, il a dirigé, au milieu des plus grandes difficultés, la construction de la nouvelle Sorbonne, et s'est acquis la reconnaissance de la Faculté comme aucun autre doyen avant lui. En outre, il a réorganisé, en qualité de membre du *Conseil supérieur de l'Instruction Publique*, l'enseignement des mathématiques sur des bases nouvelles, et parmi les idées et les efforts de M. FÉLIX KLEIN il y en a beaucoup qui tirent leur origine de l'influence inspiratrice de DARBOUX. Il a aussi avec beaucoup d'ardeur consacré son énergie à l'Association internationale des Académies scientifiques.